Modélisation mathématique

* Mise en équation
* Méthode de résolution (approximation / exacte)
* Optimisation / validation
* Itération

# Exercice 1

* Identifier les variables et paramètres (donner le domaine de définition)
* Tracer les courbes

1. Variation de la température en fonction de l’altitude
   1. T(k) = T(h0) – a(h – h0)  
      Variables => T et h  
      Paramètres => a et h0  
      h et a € R+

h

T

1. Fréquence d’une corde de guitare
   1. f(L) = (1/2L)  
      Variable => L  
      Paramètres => F et µ
2. Population de lapin
   1. Nn+1 = Nn + Nn-1   
      Pour N0 = 1 et N1 = 1, <=> Fibonacci  
      N0 et N1 paramètres

Dynamique des populations

N(t) = le nombre d’individus au temps t

# Equation qui quantifie la variation de la taille de la population pendant une période Δt avec n = naissance et m = mort.

N(t2) – N(t1) = n(t1, t2) – m(t1, t2)  
=> N(t + Δt) – N(t) = n(t, t + Δt) – m(t, t + Δt)

N’(t) = limΔt -> 0 (N(t + Δt) – N(t)/Δt) = limΔt -> 0 (n(t, t + Δt) – m(t, t + Δt))/Δt

Taux de croissance r(t) = limΔt -> 0 (n(t, t + Δt) – m(t, t + Δt))/ΔtN(t)

## Dimension de r(t) ?

[r(t)] = T-1

## Equation faisant intervenir r(t), N(t) et N’(t).

N’(t) = r(t)N(t) (\*)

## Solution de (\*)

Cert => N(0)ert

## Tracer l’évolution de N(t)

Exponentielle

Résumé

N’(t) = rN(t)  
   
ratio + palu + menfou

r > 0 (taux d’accroissement)  
K > 0 (limite supérieure de la population)

R = f(r, N, K)

N’(t) = RN(t)

**R = ?**

R = r(1 – N(t)/K)

N’(t) = r(1 – N(t)/K)N(t)

dN/dt = r(1 – N/K)N  
dN/dt = r((K – N)/K)N  
K dN/N(K – N) = r dt  
K/N(K – N) dN = r dt  
K/N(K – N) = C1/N + C2/(K – N)  
K = C1(K – N) + C2N

* N = 0  
  K = C1K  
  C1 = 1
* N = K  
  K = C1(K – K) + C2K  
  C2 = 1

=> K/N(K – N) = 1/N + 1/(K – N)  
[1/N + 1/(K – N)] dN = r dt  
   
ln(|N|) – ln(|K – N|) = rt + C  
eln(|N|) – ln(|K – N|) = Aert  
N/(K – N) = Aert

ZZZZZZZZZZZZZZZZZZZZZ

N =   
N(A = 0) = R/(1/A + 1)  
N0 = K/((1 + A)/A)

* N0/K = A/(1 + A)  
    
  N(A) =

1ère courbe  
K constant sur les deux courbes  
r1 > r2  
  
2e courbe  
r constant  
K1 > K2